Title	p 進多元体ノ乗法群ニツイテ（淡中氏ノ豫想ノ証明其他）
Author(s)	中山, 正; 松島, 興三
Citation	全国紙上数学談話会. 255 p.391-p.404
Issue Date	1943-07-05
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75068
rights	
Note	

1135. p進多元体ノ乗法群ニツイテ
(淡中氏ノ豫想ノ証明其他)

中山　正
松島　與三(名大)

淡中氏ハ236号ノ談話ニ於テp進數体ニ於ケル因子團ニツイテノ大変興味アル定理ヲ証明サレ(中山247号，松島252号ヲモ参照)，ソレニ関聯シテ，p進多元体ノ核心ニ対スル(reduzierte) norm ガ1ナル元ハ乗法群ノ交換子群ニ属スルデアラウトイフ豫想ヲノベラレタ。

以下ソノ豫想ヲ証明シ、単純多元環ノ場合ニモ拡張シ、其他p進多元体ノ乗法群ニツイテノ二、三ノ事柄ヲノベテミタイ。

Kヲ$\mathfrak{p}$−進數体，$\mathfrak{p}=(\pi)$トスル。
DヲKノ上ノIndex nノ正規多元体，ソノPrim-element ヲ大文字ノΠデアラハシ，WヲKノ上ノunverzweigt ナn次拡大トシ

$$D=(\pi, W, \sigma)$$

$$=W+W\Pi+\cdots\cdots+W\Pi^{n-1}$$

$$\Pi\xi\Pi^{-1}=\xi^{\sigma},\ \xi\in W,\ \Pi^{n}=\pi$$

トスル。

DノWニ於ケル(絶対)既約表現ハ

$$\mathbb{W} \ni \xi \longrightarrow \begin{pmatrix} \xi & & & \\ & \xi' & & \\ & & \ddots & \\ & & & \xi^{(n-1)} \end{pmatrix} \qquad \xi' = \xi^{\sigma}$$

$$\Pi \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ \pi & & & 0 \end{pmatrix}$$

従ツテ $D \ni a = \alpha_0 + \alpha_1 \Pi + \cdots\cdots + \alpha_{n-1}\Pi^{n-1}$ ノトキハ

$$a \longrightarrow \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots\cdots & \alpha_{n-1} \\ \pi\alpha'_{n-1} & \alpha'_0 & \alpha'_1 & \cdots\cdots & \alpha'_{n-2} \\ \vdots & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ \pi\alpha_1^{(n-1)} & \pi\alpha_2^{(n-1)} & & & \alpha_0^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

ニヨリ得ラレ，D ノ元 a ノ Hauptnorm $N(a)$ ハ上ノ表現ノ行列式デアル。

D ノ絶對剩餘次數ヲ F，$Q = p^F$

W ノ Hauptordn ヲ $\mathfrak{o}_W$．

$\mathfrak{o}_W/(\pi)$ ノ代表系ヲ $\omega_0, \omega_1, \cdots\cdots \omega_{Q-1}$ ($\omega_0 \equiv 0(\pi)$ トスル)

(特ニ，$\omega_1 \cdots\cdots \omega_{Q-1}$ ハ Primitive ナ 1 ノ $(Q-1)$ 乗根 ω ノ巾ニトレル)

トスレバ，

Dノ任意ノ元 b ハ

$$b=(\xi_0+\xi_1\Pi+\xi_2\Pi^2+\cdots\cdots)\Pi^h \qquad h\geqq 0$$

$$\xi_i \text{ ハ } \omega_j \text{ ノイヅレカ} \qquad \xi_0 \not\equiv 0\ (\pi)$$

ナル展開ヲモツ。

b ガ単元（Einheit）ナル上デ $h=0$ デ

特ニ

$b=1+\xi_1\Pi+\cdots\cdots$ ナルトキ 1ー単元（Einseinheit）トヨブ。

Dノ乗法群ヲ　D^*

単元群ヲ　$\mathfrak{E}$

1ー単元群ヲ　$\mathfrak{E}_1$

更ニ　$1+\xi_h\Pi^h+\cdots\cdots\cdots$

ナル単元全部ノナス群ヲ $\mathfrak{E}_h$ デアラハス。

（補題1）　$(\mathfrak{E}_h, \mathfrak{E}_k)\leqq \mathfrak{E}_{h+k}$

デアル。

（証）　$a=1+\alpha_h\Pi^h+\alpha_{h+1}\Pi^{h+1}+\cdots\cdots$

$b=1+\beta_k\Pi^k+\beta_{k+1}\Pi^{k+1}+\cdots\cdots$

トスル。

Π^{h+k-1} マデ，項ヲ考ヘルト

$$ab=1+\alpha_h\Pi^h+\alpha_{h+1}\Pi^{h+1}+\cdots\cdots+\alpha_{h+k-1}\Pi^{h+k-1}+\cdots\cdots$$

$$+\alpha_h \Pi^h + \alpha_{h+1}\Pi^{h+1} + \cdots\cdots \alpha_{h+k-1}\Pi^{h+k-1} + \cdots\cdots$$

ナル故

$$ab - ba \equiv 0 \ (\Pi^{h+k})$$

シカルニ $(ba)^{-1}$ ハ 1 ー単元ナル故，カクレバ

$$aba^{-1}b^{-1} - 1 \equiv 0 \ (\Pi^{h+k})$$

従ッテ　$aba^{-1}b^{-1} \in \mathfrak{E}_{h+k}$

（補題 2）

$\mathfrak{E}_h$ ハ D^* ノ normalteiler デアル。

（証）D^* ハ Π ト $\omega_i \ (i \neq 0)$ ト $\mathfrak{E}_1$ デ erzeugen サレルカラ，又 $\mathfrak{E}_h$ ハ $\mathfrak{E}_1$ ノ normalteiler ナルコトハ補題 1 ヨリワカルカラ Π ト ω_i ニツイテタメセバヨイ。

$$\mathfrak{E}_h \ni a = 1 + \xi_h \Pi^h + \cdots\cdots$$

トスル。

$$\Pi(1 + \xi_h \Pi^h + \cdots\cdots)\Pi^{-1} = 1 + \xi_h^\sigma \Pi^h + \cdots\cdots \in \mathfrak{E}_h$$

$$\omega_i(1 + \xi_h \Pi^h + \cdots\cdots)\omega_i^{-1} = 1 + \xi_h \omega_i^{1-\sigma^h}\Pi^h + \cdots\cdots \in \mathfrak{E}_h$$

デアル。

（定理 1）D ノ元デ、Hauptnorm 1 ナル元ノ全体ハ D^* ノ交換子群 $(D^*)'$ ト一致スル。（淡中氏ノ豫想）

（証）$N(a) = 1$ トスル。a ハ勿論単元デ

$$a = \alpha_0 + \alpha_1 \Pi + \cdots\cdots \quad \alpha_0 \neq 0 \ (\pi)$$

トスル。

a ノ表現ハ

$$a \rightarrow \begin{bmatrix} (\alpha_0 + *\pi + \cdots) & (\alpha_1 + \cdots) & \cdots & \\ (\alpha_{n-1} + \cdots)^{\sigma}\pi & (\alpha_0 + *\pi + \cdots)^{\sigma} & \cdots & \\ \vdots & & \ddots & \\ \vdots & & & (\alpha_0 + *\pi + \cdots)^{\sigma^{n-1}} \end{bmatrix}$$

デ未對角線ノ下ノ元ハスベテ π ガカヽッテヰルカラ

$$1 = N(a) \equiv \alpha_0 \alpha_0^{\sigma} \cdots \alpha_0^{\sigma^{n-1}} = N(\alpha_0) \pmod{\pi}$$

即チ　$N(\alpha_0) \equiv 1 \pmod{\pi}$

ヨッテ $\mathfrak{O}_W/(\pi)$ ガ K ノ剰餘体ニ對シ n 次巡回拡大ナルコトヨリ

$\alpha_0 \equiv \xi^{\sigma-1}\ (\pi)$ ナル $\xi \in \mathfrak{O}_W$ ガアル.

$\xi^{\sigma-1} = \Pi \xi \Pi^{-1} \xi^{-1}$ ナル故

$a_1 = a(\Pi\xi\Pi^{-1}\xi^{-1})^{-1} = 1 + \xi_1 \Pi + \cdots \in \mathfrak{E}_1$ デ

シカモ　$N(a_1) = 1$ デアル。

ヨッテ $\mathfrak{E}_1$ ノ元ニツイテ定理ヲ証明スレバヨイコトニナル。

ソレデイマ　$N(a) = 1$

$$a = 1 + \alpha\Pi^{h} + \cdots \quad (h \geq 1,\ \alpha \not\equiv 0(\pi))$$

トオキ, 次ノ二ツノ場合ニワケテ考ヘル。

I) $n \nmid h$ ナル場合

$n \nmid h$ ナル故, $\sigma^{h} \neq 1$ ダカラ　$\omega^{\sigma^{h}} \not\equiv \omega\ (\pi)$

従ッテ　$\omega^{\sigma^{h}-1} \not\equiv 1\ (\pi)$ ナル $\mathfrak{o}_w \bmod \pi$ ノ代表元 ω ガ存在スル。（コレハ $n \nmid h$ ノトキ，h ニ無関係ニトレル）

$1+\xi\Pi^{h}$ ナル元ヲ考ヘルト

$$\omega(1+\xi\Pi^{h})\omega^{-1}$$

$$=1+\xi\omega^{1-\sigma^{h}}\Pi^{h}$$

従ッテ　$\omega(1+\xi\Pi^{h})\omega^{-1}(1+\xi\Pi^{h})^{-1}$

$$=(1+\xi\omega^{1-\sigma^{h}}\Pi^{h})(1-\xi\Pi^{h}+\cdots\cdots)$$

$$=1+\xi(\omega^{1-\sigma^{h}}-1)\Pi^{h}+\cdots\cdots$$

$\omega^{1-\sigma^{h}} \not\equiv 1\ (\pi)$ ナル故　$\alpha \equiv \xi(\omega^{1-\sigma^{h}}-1)\ (\pi)$ ナル ξ ガアル。コノ様ナ ξ ニ對シ

$$\omega(1+\xi\Pi^{h})\omega^{-1}(1+\xi\Pi^{h})^{-1}=1+\alpha\Pi^{h}+\cdots\cdots$$

故ニ

$$a'=a(\omega(1+\xi\Pi^{h})\omega^{-1}(1+\xi\pi^{h})^{-1})^{-1}$$

$$=1+\alpha_{h+1}\Pi^{h+1}+\cdots\cdots$$

且ツ $N(a')=1$ トナル。

II）　$n \mid h$ ノ場合．

$h=ns$ トスル．シカラバ

$$\alpha=1+\alpha\Pi^{h}+\alpha_{1}\Pi^{h+1}+\cdots\cdots+\alpha_{n-1}\Pi^{h+n-1}+\cdots\cdots$$

$$= 1 + \alpha\pi^s + \alpha_1 \pi^s \Pi + \cdots + \alpha_{n-1} \pi^s \Pi^{n-1} + \cdots$$

トナル。$N(a) = 1$ ヨリ $\mathrm{sp}\,\alpha \equiv 0 \mod \pi$ トナル。[1]

シカラバ

$$\zeta^\sigma - \zeta \equiv \alpha \mod \pi$$ ナル $\zeta \in \mathfrak{O}_w$ ガアル。

(例ヘバ, Witt, Crelle 173, Existenzsatz ……)

コノ ζ ニ対シ $\Pi(1+\zeta\pi^s)\Pi^{-1}$ ヲツクレバ

$$\Pi(1+\zeta\pi^s)\Pi^{-1} = 1 + \zeta^\sigma \pi^s$$

$$(1+\zeta\pi^s)^{-1} = 1 - \zeta\pi^s + \cdots$$

ナル故

$$\Pi(1+\zeta\pi^s)\Pi^{-1}(1+\zeta\pi^s)^{-1} = 1 + (\zeta^\sigma - \zeta)\pi^s + \cdots$$

ナル故

---

1) $$a = (1+\alpha\pi^s+\cdots) + (\alpha_1\pi^s+\cdots)\Pi + (\alpha_2\pi^s+\cdots)\Pi^2 + \cdots + (\alpha_{n-1}\pi^s+\cdots)\Pi^{n-1}$$

$$a \to \begin{bmatrix} (1+\alpha\pi^s+\cdots) & (\alpha_1\pi^s+\cdots) & \cdots \\ (\alpha_{n-1}\pi^s+\cdots)\pi & (1+\alpha\pi^s+\cdots)^\sigma & (\alpha_1\pi^s+\cdots)^\sigma \cdots \\ \vdots & \ddots & \\ (\alpha_1\pi^s+\cdots)^{\sigma^{n-1}}\pi & \cdots\cdots & (1+\alpha\pi^s+\cdots)^{\sigma^{n-1}} \end{bmatrix}$$

ヨリ行列式ヲツクレバ

$$N(a) = 1 + (\alpha + \alpha^\sigma + \cdots + \alpha^{\sigma^{n-1}})\pi^s + \cdots = 1 + \mathrm{Sp}(\alpha)\pi^s + \cdots$$

$N(a) = 1$ ヨリ $\quad \mathrm{Sp}\,\alpha \equiv 0 \ (\pi)$

$$a' = a\left(\Pi\,(1+\zeta\pi^{s})\,\Pi^{-1}(1+\zeta\pi^{s})^{-1}\right)^{-1}$$
$$= 1 + \alpha_{h+1}\,\Pi^{h+1} + \cdots\cdots$$

且ツ　$N(a') = 1$　デアル。

サテ $a \in (D^{*})'$ ヲ証明スルタメニ次ノ如クスル。

$a \in \mathfrak{E}_{h_1}$ トスレバ　C_{h_1} ナル Kommutator ガアリ、

$$a\,C_{h_1}^{-1} = a_1 \in \mathfrak{E}_{h_1+h_2}$$

更ニ　$C_{h_1+h_2}$ ナル Kommutator ガアリ。

$$a\,C_{h_1}^{-1}\,C_{h_1+h_2}^{-1} = a_2 \in \mathfrak{E}_{h_1+h_2+h_3} \quad \cdots\cdots$$

一般ニ

$$a = a_m\, C_{h_1}\, C_{h_1+h_1} \cdots\cdots C_{h_1+\cdots+h_m}\ デ,$$
$$a_m \in \mathfrak{E}_{h_1+\cdots+h_{m+1}}$$

コノデ　$C_{h_1+\cdots+h_i}$　ハ　$\omega\, b_{h_1+\cdots+h_i}\,\omega^{-1}\, b^{-1}_{h_1+\cdots+h_i}$

又ハ

$$\Pi\, b'_{h_1+\cdots+h_i}\,\Pi^{-1}\, b'^{-1}_{h_1+\cdots+h_i}$$

ナル形ノ元デ、$b_{h_1+\cdots+h_i}$, $b'_{h_1+\cdots+h_i} \in \mathfrak{E}_{h_1+\cdots+h_i}$ ノ元デアル。補題 2 ヨリ　$C_{h_1+\cdots+h_i} \in \mathfrak{E}_{h_1+\cdots+h_i}$

アル m ニ對シ $a_m = 1$ トナレバ、ソレマデデアルガ、ソウデナイトキハ D ノ Bewertung ノ意味デ

$$C_{h_1}\, C_{h_1+h_1} \cdots\cdots C_{h_1+\cdots+h_m} \longrightarrow a$$

即チ　$a = C_{h_1}\, C_{h_1+h_2} \cdots\cdots C_{h_1+\cdots+h_m} \cdots\cdots$

ナル Kommutator ノ無限積ニアラハサレル。

コレガ、有限箇ノ Kommutator ノ積ニマトメラレルコトヲノベル。

今，タトヘバ $C_{h_1}=\Pi b'_{h_1}\Pi^{-1}b'^{-1}_{h_1}$ ナル形トスル。
($\omega^{-1}h_{h_1}\omega^{-1}b'^{-1}_{h_1}$ ノトキモ同様) $C_{h_1+h_2}$ ガ ω ノ出テクルトキハソノマヽトシ、$C_{h_1+h_2}$ ガヤハリ
$\Pi b'_{h_1+h_2}\Pi^{-1}b'^{-1}_{h_1+h_2}$ ナルトキハ

$$\Pi b'_{h_1}\Pi^{-1}b'^{-1}_{h_1}\cdot\Pi b'_{h_1+h_2}\Pi^{-1}b'^{-1}_{h_1+h_2}$$

デ，補題 1, 2 ヲツカッテ $\Pi^{-1}b'^{-1}_{h_1}\Pi$ ト $b'_{h_1+h_2}$ ヲ入レカヘルト

$$\equiv\Pi b'_{h_1}b'_{h_1+h_2}\Pi^{-1}b'^{-1}_{h_1}b'^{-1}_{h_1+h_2}$$

更ニ $b'^{-1}_{h_1+h_2}$ ト $b'^{-1}_{h_1}$ ヲ入レカヘルト

$$\equiv\Pi b'_{h_1}b'_{h_1+h_2}\Pi^{-1}(b'_{h_1}b'_{h_1+h_2})^{-1}\pmod{\mathfrak{C}_{k_2}}$$

但シ $k_2\geq h_1+h_2+1$

$$C_{h_1}C_{h_1+h_2}C_{h_1+h_2+h_3}$$

$$\equiv\Pi b'_{h_1}b'_{h_1+h_2}\Pi^{-1}(b'_{h_1}b'_{h_1+h_2})^{-1}C_{h_1+h_2+h_3}$$

$$\pmod{\mathfrak{C}_{k_2}}$$

$C_{h_1+h_2+h_3}=\Pi$ ノデテクルトキハ　今ト同ジコトヲ行ヒ,

ωノ出テクルトキハ，ソノマヽトシテオク．ωノ入ッタ Kommutator ガツヾイテ出テクルトキハ，今ト同ジ論法ニヨリ，ωノ入ッタ唯一ツノ Kommutator ニマトメルコトガ出来ル。

ソレデ，$\Pi b' \Pi^{-1} b'^{-1} \omega b \omega^{-1} b^{-1}$ ナル形ニナッタトシ、次ノ $C_{h_1+\cdots\cdots+h_n}$ ガ Π ノ入ッタモノデアルトキハ補題ノヨリ $C_{h_1+\cdots\cdots+h_m}$ ノ項ト $\omega b \omega^{-1} b^{-1}$ ノ項ヲ入レカヘ更ニΠノ入ッタ方デ一ツニマトメル。

コノヤウナ操作ヲクリカヘストキ，出テクル $\mathfrak{C}_{k_2}$, $\mathfrak{C}_{k_3}, \cdots\cdots, \mathfrak{C}_{k_n}, \cdots\cdots$ ニ於テ $k_2 < k_3 < \cdots\cdots < k_m < \cdots\cdots \to \infty$ デアル。

$$b'_{h_1} b'_{h_1+h_2} b'_{h_1+h_2+\cdots+h_{i_3}} \cdots\cdots b'_{h_1+\cdots+h_i} \cdots\cdots b'_{h_1+\cdots+h_{i_m}} \cdots\cdots$$

ナル無限積ハ収斂スルコトハ、スグワカルカラ，ソレヲ $b' (\neq 0)$

同様ニ

$$b = b_{h_1+\cdots\cdots+h_{j_1}} b_{h_1+\cdots\cdots+h_{j_2}} \cdots\cdots b_{h_1+\cdots\cdots+h_{j_m}} \cdots\cdots$$

トオク。

今ノコトヲクリカヘシテヤレバ

$$C_{h_1} C_{h_1+h_2} \cdots\cdots C_{h_1+h_2+\cdots\cdots+h_m}$$

$$= \Pi b'_{h_1} \cdots\cdots b'_{h_1+\cdots\cdots+h_{i_s}} \Pi^{-1} (b'_{h_1} \cdots\cdots b'_{h_1+\cdots\cdots+h_{i_s}})^{-1}$$

$$\omega b_{h_1+h_{j_1}} \cdots b_{h_1+\cdots+h_{j_t}} \omega^{-1} (b_{h_1+\cdots+h_{j_1}} \cdots b_{h_1+\cdots h_{j_t}})^{-1}$$
$$(\mathrm{mod}\ \mathfrak{C}_{k_l})$$

ナルコトガワカリ，$k_l \to \infty$ ヨリ

$$C_{h_1} \cdots C_{h_1+\cdots+h_m}$$

トコノ右辺ガ同ジ limit ヲモツコトガワカリ，ソレハ a 及ビ $\Pi b' \Pi^{-1} b'^{-1} \cdot \omega b \omega^{-1} b^{-1}$ ダカラ

$$a = \Pi b' \Pi^{-1} b'^{-1} \omega b \omega^{-1} b^{-1}$$

トナル。

（証明終リ）

（結局 $\mathfrak{C}_1$ ノ元デ Norm 1 ナルモノハ二ツノ交換子ノ積ニナリ、一般ノ D ノ norm 1 ナル元ハ三ツノ交換子ノ積ニナル。）

次ニ，コレヲ単純多元環 $A = D_n$ ノ場合ニ拡張スル。ソレハ岩沢—安倍氏ノ方法ニ従ヘバ（安倍、誌上談話會 240号）簡単ニ多元体ノ場合ニ帰着サレル。

（定理2） A ヲ K ノ上ノ正規単純多元環トスル：$A = D_n$. A ノ元デ逆ヲモツモノノ全体ノナス群ヲ A^* トスルトキ，A ノ元デ norm 1 ナルモノノ全体ハ A^* ノ交換子群 $(A^*)'$ ニ一致スル。

（証）

$a \in A$ 　$N(a) = 1$ トスル。勿論 $a \in A^*$ デ，a ニ適當ナ $(A^*)'$ ノ行列 C_1, C_2 ヲカケテ

$$C_1 a C_2 = \begin{bmatrix} \alpha & & 0 \\ & 1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}$$

ナル形ニスルコトガ出来ル。(安倍, 上記 p. 1263 参照)

$NC_1aC_2 = 1$ ヨリ $N\alpha = 1$ トナリ α ハ D^* ノ Kommutator ノ積トナリ、従ッテ $\begin{bmatrix} \alpha & & \\ & 1 & \\ & & \ddots \\ & & & 1 \end{bmatrix}$ モ A^* ノ Kommutator ノ積トシテカケル。従テ a モ Kommutator ノ積トナル。

次ニ再ビ多元体 D ノトキニ, モドッテ単位群 $\mathfrak{E}$ ニツイテ一ツ注意ヲノベタイ. Schilling ハ $\mathfrak{E}_1$ ノ元ハスベテ, アル有限個ノ元 $a_1, \ldots\ldots, a_r$ ヲモッテクレバ, コレノ infinite product デカケルコトヲ証明シテキル。(American Journ. 61, 1939 Theorem 2)

コレハ補題 1, 2 及ビ定理 1 ノ証明ノ終リデワカッタ方法ニヨリ、次ノ形ニスルコトが出来ルコトヲ注意シタイ。

スナハチ $\mathfrak{E}_1$ ノ適當ノ有限箇ノ元 $a_1, \ldots\ldots, a_r$ ヲトレバ, $\mathfrak{E}_1$ ノ任意ノ元 a ハ

$$a = a_1^{\lambda_1} \cdots\cdots a_r^{\lambda_r}$$

トカケル。

ココニ λ_i ハ $\lambda_i = \sum_{j=0}^{\infty} c_{ij}\, p^j \qquad 0 \leq c_{ij} < p$

ナル(有理) p 進整数デ, $a_i^{\lambda_i}$ ハ $\prod_{j=1}^{\infty} a_i^{c_{ij} p^j}$ ナル無限積ヲ表スモノトスル。

コレハ勿論、多元体デナクテモ、単純環デ成立ツ。上ノコトカラ次ノ様ナコトガワカル。

D^* ノ元ハ $e\Pi^a$ ナル形デカケ、e ハ $\mathfrak{E}_1$ ノ元ト、$\mathfrak{W}$ ノ元ノ積ニカケルカラ、$W = K_0$, $K(a_i) = K_i$, $K(\Pi) = K_{r+1}$ トスレバ

(定理3) D^* ノ任意ノ元 a ハ $a = a_0 a_1 \cdots\cdots a_{r+1}$, $a_i \in K_i$ ナルキマッタ有限箇ノ可換部分体ノ元ノ積トシテアラハサレル。

(追記)

上ノ定理1, 2ノ証明デハ何モ剰余類体ガ有限体ナルコトハ使ッテヰナイ。ヨッテ p-進数体トカギラズトモ、任意ノ *diskret* ナ賦値デ完備ナ体 K ノ上ノ多元体 D デ不分岐巡回拡大 $\mathfrak{W}/K$ デ $(\pi, \mathfrak{W}, \alpha)$ ナル形ニカケルモノナラ定理ガソノマヽ成立ツ。

タトヘバ K ノ剰余類体ガ *vollkommen* デ且ツソノ上ニ非可換多元体ガ存在シナイ様ナモノナラ K ノ上ノ多元体ハ常ニカヽル形ニカケル (Witt, Crell 176,

中山、Crelle 178 参照）
カクテ（vollkommen ハヨハメテ）

（定理） K ガ diskret 賦値デ完備ナ体デ、ソノ剰餘類体ノ上ニハ非可換多元体ハ存在シナイトスル。D ヲ K ノ上ノ正規多元体デ、ソノ剰餘類体ガ K ノソレニ対シ separabel ナリトスル。シカラバ D ノ元デ Norm 1 ナルモノハ交換子群ニ属スル。

以上或ハ考ヘ違ヒモアルカモ知レズ御教示ヲオ願ヒシマス。

—— 以上 ——